

УДК 629.113

DOI <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2019.3-2/29>**Редчиц В.В.**

Филиал Классического частного университета в городе Кременчуг

**Головина Е.В.**

Филиал Классического частного университета в городе Кременчуг

**Редчиц С.В.**

Филиал Классического частного университета в городе Кременчуг

## УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МОДЕЛИ АВТОКОЛЕБАНИЙ УПРАВЛЯЕМЫХ КОЛЕС АВТОМОБИЛЯ

*Учтено комплексное силовое воздействие моментов, образующихся от наличия углов установки управляемых колес и от действия внешней боковой силы при исследовании автоколебаний управляемых колес автомобиля с помощью математической модели построенной на взаимосвязи трех теорий качения пневматической шины: теории увода, теории М.В. Келдыша и угловой деформации шин. Предложена замена сложной колебательной схемы управляемых колес автомобилей с неголономными связями простейшей колебательной схемой математического и физического маятников. Благодаря этому стало возможным установление взаимосвязи между характеристиками колебаний и моментами, образуемыми в контактной отпечатке шины управляемого колеса, что в свою очередь позволит провести анализ влияния деформаций шины на выходные характеристики колебаний управляемых колес. Также было установлено, что на устойчивость системы особенно влияет момент, образуемый от продольного наклона шкворня. Именно он приводит ее в неустойчивое положение, даже при действии малой внешней силы. Таким образом, можно утверждать, что предложенную математическую модель, составленную с учетом приведения сложной схемы колебаний к более простой схеме маятников, можно использовать для решения определенных задач в исследовании «шимми» управляемых колес.*

**Ключевые слова:** автоколебания, управляемые колеса, углы установки, математический и физический маятники, период колебаний, частота колебаний.

**Постановка проблемы.** Во время движения автомобиля, наряду с угловым движением вокруг оси поворота, вертикальная и боковая эластичность шины обеспечивает дополнительную степень свободы движения. Такая связь может привести к колебательной неустойчивости установившегося прямолинейного движения – «шимми».

Причиной возникновения таких колебаний может быть: кинематическая схема рулевого управления, наличие воздуха в системе, наличие продольного наклона шкворня, наличие длинных податливых резиновых шлангов в системе рулевого управления, дисбаланс управляемых колес, кинематика подвески, упругость деталей рулевого управления и зазоры в шарнирах привода рулевого управления. Согласно работе [1], в исследованиях и инженерных расчетах учет свойств шины, из-за сложности процессов, происходящих в ней, как правило, сводится к моделированию шины, т.е. к простому и адекватному описанию поведения упругого тела шины методами математического моделирования. Сочетать простоту и адекватность

удается только для отдельных режимов, что существенно ограничивает возможности моделирования динамических систем, которые включают в себя колеса с шиной (таких как автомобиль). Поэтому, замена сложной колебательной схемы управляемых колес автомобилей с неголономными связями на простейшую схему, предлагаемую авторами, следует считать актуальной.

**Анализ последних исследований и публикаций.** «Шимми» не только ухудшает управляемость, но и может привести к ее потере. В связи с этим многие исследователи пытались проанализировать и описать это явление. Первые, наиболее значимые в этой области работы [2–9]. Именно эти ученые ввели понятия «гироскопического шимми» (за основной фактор, вызывающий «шимми» принималась гироскопическая связь между угловыми движениями вокруг продольной оси и оси вращения колеса) и «шинного шимми» (автоколебания вызваны способностью шины к деформации). В общем комплексе теоретических исследований контакта между шиной и дорогой, можно различить две основные группы. Первая группа исследо-

вателей рассматривает устойчивое (установившееся движение) состояние катящегося тела. В этом случае тело движется таким образом, что скорость увода (проскальзывания) в направлении качения и перпендикулярно к нему постоянна, в то время как в некоторых случаях может быть постоянной также скорость поворота. Вторая группа исследователей изучает неустановившийся режим шины. В этом случае боковой увод (проскальзывание) и угловое движение могут изменяться во времени, в большинстве случаев рассматриваются синусоидальные изменения.

Среди современных исследований автоколебаний колеса выделяются работы [1; 10–12]. Авторы [11] считают причиной возникновения «шимми» сухое трение и доказывают возможность появления «шимми» стойки шасси с абсолютно жестким колесом. В работе [10] предложена версия модели Бидермана-Шумаева для расчета боковых и угловых колебаний катящего пневматического колеса вблизи ненулевого основного угла увода, допускающего учет малых скольжений беговой поверхности шины. На наш взгляд, интересна работа [12], где представлена наиболее полная картина состояния теории «шимми». Автор охарактеризовал основные особенности моделей «шимми» колеса и на основе анализа сформулировал предложения по совершенствованию теории «шимми» применительно к высокочастотным колебаниям колес.

Во всем многообразии теорий, методов изучения, подходов не было учтено комплексное силовое воздействие многих моментов, образующихся от наличия углов установки управляемых колес и от действия внешней боковой силы. Поэтому, есть причина считать целесообразным дальнейшее исследование автоколебаний управляемых колес автомобиля с учетом перечисленных факторов.

Постановка задачи. Целью исследования является разработка математической модели автоколебаний управляемых колес автомобиля с учетом комплексного воздействия отдельных силовых факторов.

Для достижения указанной цели были решены следующие задачи:

- обосновано наличие комплекса моментов в контактном отпечатке шины при автоколебаниях;
- установлена конструктивная причина возникновения автоколебаний;
- установлено влияние деформации шины на показатели автоколебаний.

**Изложение основного материала исследования.** Опыт создания автомобилей семейства КрАЗ

показывает, что явление «шимми» появляется на тех автомобилях, где большие углы продольного наклона шкворня управляемых колес. При этом весовой момент  $M_\beta$  становится не стабилизирующим, а дестабилизирующим. Максимальная величина его достигается при прямолинейном положении отдельно взятого управляемого колеса (угол поворота колеса  $\theta_i = 0$ ) и определяется, [13, с. 47]:

$$M_\beta = \frac{R_z}{\pi} \cdot a \cdot \sin 2\beta \cdot (1 - \sin \theta_i) \quad (1)$$

где  $R_z$  – нагрузка на управляемое колесо;  
 $a$  – размер продольной оси контактного отпечатка шины;

$\theta_i$  – угол поворота управляемого колеса от положения прямолинейного движения.

При движении по опорной поверхности возникает случайная небольшая возмущающая боковая сила (различной природы), которая совместно с весовым моментом  $M_\beta$  отклоняет управляемое колесо на угол  $\psi_i$  в пределах упругих деформаций и зазоров в соединениях деталей рулевого управления. При этом рулевое колесо остается в положении прямолинейного движения. Так как автомобиль какое-то время продолжает двигаться прямолинейно, то образуется плечо  $\lambda$  (рис. 1), где от условной силы сопротивления прямолинейному движению образуется момент:

$$M_f = R_z \cdot f \cdot \lambda = R_z \cdot f \cdot l \cdot \sin \psi_i, \quad (3)$$

где  $R_z$  – вертикальная нагрузка на колесо;  
 $f$  – коэффициент сопротивления прямолинейному качению;

$l$  – длина цапфы (расстояние от точки пересечения оси шкворня с передней осью до вертикальной плоскости середины колеса).

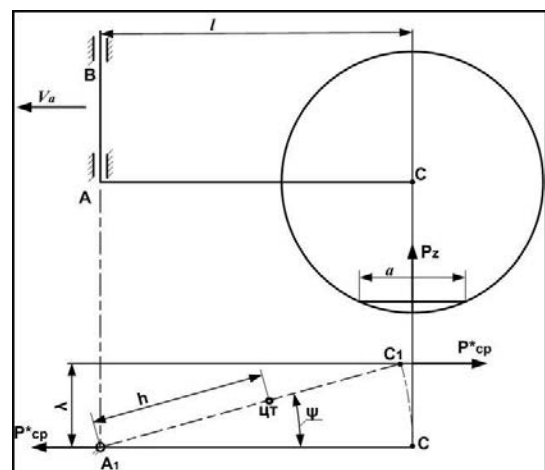


Рис. 1. Схема колебаний управляемого колеса

Установленная взаимосвязь между теорией увода, теорией М.В. Келдыша и угловой

деформацией шины ([15, с. 45]) позволяет определить момент, образуемый от движения средней линии шины по криволинейной траектории:

$$M_{\lambda} = C_{\omega} \cdot \theta_{\lambda}. \quad (4)$$

От действия случайной боковой силы и весового момента  $M_{\beta}$  плоскость обода колес с цапфой отклоняется на угол  $\psi_i$  относительно направления прямолинейного движения, образуя момент в контактном отпечатке. Природа образования угла  $\psi_i$  отличается от угла поворота управляемого колеса  $\theta$ . Но так как оба эти угла приводят к отклонению плоскости управляемого колеса от положения прямолинейного движения, можно утверждать равенство этих углов  $\psi_i = \theta_i$ . Момент, образуемый при отклонении колеса на угол  $\psi_i$  в контактном отпечатке, [13, с. 124]:

$$M_{\psi} = C_{\omega} \cdot \psi_i \quad (5)$$

При наклоне плоскости обода колеса к вертикальной плоскости (угол развала) на угол  $\gamma$  в контактном отпечатке образуется момент [13, с. 221; 14]:

$$-M_{\gamma} = C_{\omega} \cdot \theta_{\gamma}, \quad (6)$$

где  $\theta_{\gamma}$  – угол увода, возникающий из-за развала управляемых колес.

От угла схождения управляемых колес момент сопротивления в контактном отпечатке, согласно [13, с. 221; 14] равен:

$$M_{\alpha} = C_{\omega} \cdot \alpha_{\alpha}. \quad (7)$$

При автоколебаниях управляемых колес происходит интенсивный износ беговой дорожки шины. Такой износ возможен только при скольжении элементов отпечатка по опорной поверхности, а не за счет упругих деформаций. Определить точно величину (часть) момента трения скольжения (сцепления)  $\Delta M_{\phi}$  в любой момент времени не представляется возможным. Однако, максимальное значение момента  $M_{\phi}$  определяется с достаточной точностью (1...2%) для инженерных расчетов ([13, с. 101]), с учетом смещения центра поворота отпечатка относительно его геометрического центра за счет углов наклона шкворня.

Поэтому, если допустить (условно), что во всем интервале угла отклонения УК при автоколебаниях момент трения скольжения равен максимальному, тогда этот момент можно учесть при составлении дифференциального уравнения с неголономными связями. Объективность принятого допущения можно будет проверить по выходным параметрам колебаний.

Таким образом, в контактном отпечатке будут действовать моменты:

$$\sum_1^7 M = -M_{\beta} + M_f + M_{\lambda} + M_{\psi} \pm M_{\gamma} \pm M_{\alpha} - M_{\phi}. \quad (8)$$

Условие равновесия моментов в контактном отпечатке пневматической шины, при котором должны гаситься колебания относительно вертикальной оси шкворня в пределах угла отклонения управляемого колеса  $\psi$ :

$$\sum_1^7 M = M_{Tp}, \quad (10)$$

где  $M_{Tp}$  – суммарный момент трения (демпфирования), создаваемый конструктивным способом (механическим или гидравлическим) и моментом трения в шкворне.

При  $M_{Tp} < \sum_1^7 M$  могут возникать незатухающие колебания от воздействия случайной внешней силы при данной кинематической схеме (рис. 1). Дифференциальное уравнение движения (поворота) управляемого одиночного колеса относительно вертикальной оси шкворня «АВ» (рис. 1):

$$\ddot{\psi} \cdot J_A = \sum_1^7 M - M_{Tp}, \quad (11)$$

где  $J_A$  – момент инерции колеса с цапфой, ступицей и других деталей относительно оси «АВ» (рис. 1).

Решение уравнения (11) в таком виде затруднено, поэтому, не искажая физического процесса и величин деформаций, схема колебаний управляемых колес приведена к схеме, которая дает возможность решить уравнение (11), определив все параметры колебаний.

Вид горизонтальной проекции (рис. 1) напоминает колебательную схему математического и физического маятников со следующими отличиями:

1. Колебания колеса с цапфой происходят в горизонтальной плоскости, которую виртуально можно повернуть до совпадения с вертикальной, так как все моменты действуют только в плоскости контактного отпечатка шины (горизонтальной).

2. В дифференциальное уравнение колебаний математического и физического маятников

$$\ddot{\psi} = -\frac{m \cdot g \cdot h}{J_0} \cdot \sin \psi$$

и в уравнение периода колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_0}{G \cdot h}}$$

входит постоянная сила – сила веса  $G = m \cdot g$  [16, с. 407; 17, с. 154].

В рассматриваемом случае, суммарный момент  $M$  можно заменить парой сил  $P_{cp}^*$  на плече  $\lambda$ , (рис. 1). Одна составляющая пары сил от момента  $M_{cp}$  приложена в точке  $C_1$  и параллельна (АС), а вторая в точке  $A_1$  и параллельна (А<sub>1</sub>С). Тождественность схемы колебаний управляемых колес и дифференциального уравнения со схемой и уравнением маятников обеспечит (виртуально) постоянство силы  $P_{cp}^*$  на плече  $\lambda$  во всем диапазоне угла

$\psi$ . Сила  $P_{cp}^*$  в точке  $C_1$  будет стремиться возвратить колесо с цапфой в положение прямолинейного движения как в маятнике сила тяжести « $m \cdot g$ ».

При угле  $\psi_{max}$  отклонения колеса с цапфой от положения равновесия от действия случайной внешней боковой силы, система моментов и сил в контактном отпечатке на мгновение уравновесится согласно условию равновесия (10). В этом положении система колеса с цапфой обладает запасом энергии в виде суммы моментов (8). При таких условиях система колеса подобна математическому и физическому маятникам.

С учетом силы  $P_{cp}$  тождественное уравнению маятника уравнение колебаний одного управляемого колеса примет вид, [16, с. 407]:

$$\ddot{\psi} = -\frac{P_{cp} \cdot h}{J_A} \cdot \sin \psi, \quad (12)$$

где  $h$  – расстояние от центра тяжести системы колесо-цапфа до точки « $A_1$ »;

$J_A$  – момент инерции системы относительно точки « $A$ ».

Среднее постоянное значение составляющей пары сил от момента  $M_{cp}$  на угле  $\psi_{max}$ :

$$P_{cp} = \frac{M_{cp}}{\lambda_{max}}; \lambda_{max} = l \cdot \sin \psi_{max} \quad (13)$$

где  $M_{cp}$  – среднее постоянное значение суммарного момента, действующего в пятне контакта управляемого колеса с учетом момента трения  $M_{тр}$  и момента трения скольжения  $M_{ф}$ . Для одного колеса:

$$M_{cp} = \frac{\sum_1^n \sum_1^6 M - M_{\phi}}{n} - M_{тр} \quad (14)$$

На выходные характеристики колебаний влияет инертность ведомого звена, в рассматриваемом примере – левого колеса. С учетом этого влияния уравнение системы колебаний из двух колес и рулевой трапеции принимает вид:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A + J_{левA}}{P_{cp}^* \cdot l}}. \quad (15)$$

Уравнения (13) и (14) примут вид:

$$M_{cp}^* = \frac{\sum_1^n \sum_1^6 M - M_{\phi} - u \cdot M_{\phi}}{n} - M_{тр}, \quad (16)$$

$$P_{cp}^* = \frac{M_{cp}^*}{\lambda_{max}}. \quad (17)$$

Дифференциальное уравнение (11) является уравнением с неголомомными связями. Для его решения было принято:

1. для первого приближения максимально возможное отклонение управляемого колеса от положения прямолинейного движения на угол  $\psi_{max}=2-3^\circ$ ;

2. длина цапфы  $l$  по данным конструкции моста;

3. сумма моментов в правой части уравнения (8) заменена парой силой с приложением их в плоскости качания колеса с цапфой с плечом  $\lambda = l \cdot \sin \psi$  в точках оговоренных выше.

Для исследований автоколебаний были использованы данные по полноприводному автомобилю 6×6 семейства КраЗ-255Б и результаты эксперимента с ним. Параметры колебаний определялись при условии: шины 1300×530-533, модель ВИ-3 с радиусом колеса  $r_k = 600$  мм; массой колеса с тормозным барабаном и с цапфой  $m = 416$  кг,  $R_z = 26500$  Н; угловая жесткость шины  $C_{\omega} = 260$  Н·м/град; момент инерции  $J_z = 33,3$  кг·м<sup>2</sup>;  $l = 232$  мм, (рис. 1); угол продольного наклона шкворня  $\beta = 5^\circ$ ; угол поперечного наклона шкворня  $\alpha_{ш} = 9,5^\circ$ ; угол развала  $\gamma = -0,75^\circ$ ; угол схождения  $\alpha_{сх} = 0,3^\circ$ , коэффициент сопротивления  $f = 0,02$ . Отпечаток шины имеет форму круга диаметром  $d = 270$  мм. Для расчетов было принято  $\Delta\psi=6$  мин и  $a_{np} = 338$  мм, [13, с. 105].

Результаты определения моментов, действующих в пятне контакта во время отклонения колеса до максимального угла  $\psi_{max} = 2^\circ$  и динамика их изменения, показаны на рис.2.

Хотелось бы обратить внимание на долю каждого момента, действующего на колесо, в суммарном моменте, особенно на величину момента от продольного наклона шкворня  $M_{\beta}$ . Очевидно, что именно этот момент будет приводить систему в неустойчивое положение даже при действии малой внешней силы. Также выделяется на графике небольшая величина момента от условной силы сопротивления прямолинейному движению  $M_f$  и момента от развала  $M_{\gamma}$ . Возможно, этими моментами можно пренебречь при определении характеристик автоколебаний колес автомобиля.

Реальность образования момента  $M_{\psi}$  при автоколебаниях подтверждается через время запаздывания реакции автомобиля (поворот продольной оси)  $t_3$  на поворот управляемых колес.

В соответствии с работой [13 с. 306], время запаздывания определяется:

$$t_3 = \frac{a + 2V_A \cdot \Delta t}{V_A} t_{3z} = (a + 2V_A \cdot \Delta t) / V_A, \quad (18)$$

где  $V_A$   $V_{_A}$  – скорость центра колеса;

$\Delta t$  – промежуток времени в течении, которого рассматривается неустановившейся процесс поворота.



9. Келдыш, М.В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси. *Труды ЦАГИ*. 1945. № 564. С. 1–34.
10. Шифрин Б.М. Сопоставление моделей трения на шине при ее колебаниях. *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин*. 2010. Вип. 40. Ч. II. С. 139–150.
11. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Теория явления шимми. *Известия РАН*. 2010. № 3. С. 22–29.
12. Загордан. А.А. Современное состояние теории шимми. *Электронный журнал «Труды МАИ»*. 2011. Т. 47. № 5. С. 2. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=26675> (дата обращения: 12.11.2018).
13. Редчиц В.В., Рудасьов В.Б., Головина О.В., Коробочка О.М. Проектування рульових керувань колісних машин. Дніпродзержинськ, 2014. 404 с.
14. Редчиц В.В. О явлении относительного поворота контактного отпечатка движущегося колеса. *Автомобильная промышленность*. 1974. № 3. С. 28–30.
15. Редчиц В.В., Головина Е.В., Редчиц С.В. Моделирование криволинейного движения автопоездов. Кременчуг, 2017. 198 с.
16. Справочник машиностроителя : в 4 т. / под редакцией Н.С. Ачеркана. Москва, 1961. Т. I. 592 с.
17. Павловский М.А., Путята Т.В. Теоретическая механика. Киев : Высшая школа, 1985. 328 с.

### УДОСКОНАЛЕННЯ МОДЕЛІ АВТОКОЛИВАНЬ КЕРОВАНИХ КОЛІС АВТОМОБІЛЯ

*Враховано комплексна силова дія моментів, які виникають від наявності кутів установки керованих коліс і від дії зовнішньої бокової сили при дослідженні автоколиваний керованих коліс автомобіля за допомогою математичної моделі побудованої на взаємозв'язку трьох теорій кочення пневматичної шини: теорії відведення, теорії М.В. Келдыша і кутової деформації шин. Запропоновано заміну складної коливальної схеми керованих коліс автомобілів з неголономними зв'язками найпростішої коливальної схеми математичного і фізичного маятників. Завдяки цьому стало можливим встановлення взаємозв'язку між характеристиками коливань і моментами, утвореними в контактному відбитку шини керованого колеса, що, у свою чергу, дасть змогу провести аналіз впливу деформацій шини на вихідні характеристики коливань керованих коліс. Також було встановлено, що на стійкість системи особливо впливає момент, утворений від позадвожнього нахилу шворня. Саме він приводить її в нестійке становище, навіть при дії малої зовнішньої сили. Отже, можна стверджувати, що запропоновану математичну модель, складену з урахуванням приведення складної схеми коливань до більш простою схемою маятників, можна використовувати для вирішення певних завдань в дослідженні «шимми» керованих коліс.*

**Ключові слова:** автоколивання, керовані колеса, кути установки, математичний і фізичний маятники, період коливань, частота коливань.

### VEHICLE WHEELS OF CONTROL SELF VIBRATION MODEL IMPROVEMENT

*Torque complex force effect generated from wheels of control installation angle and action of external lateral force were considered whilst researching steering wheels self vibration by means of math model based on the interdependencies of three following pneumatic tyres rolling theories: breakaway theory, M. Keldysh theory and tyres side deflection theory. It was suggested to substitute self vibration wheels of control with nonholonomic constraints. Thus, possibly, the analysis of tyres deflection impact on the wheels of control self vibration output characteristics the to be conducted. It was also identified that system stability being highly affected by the torque generated from the caster. That is what makes it unstable even with the small action of external force. Thus, it can be stipulated that math model suggested, based on reduction of a complex oscillation scheme to a simpler pendulum scheme can be applied to resolve certain tasks whilst researching wobbling of the wheels of control.*

**Key words:** self-oscillations, wheels of control, installation angles, mathematical and physical pendulums, oscillation period, oscillation frequency.